Задание № 11 Скалярное произведение векторов

*Задание может быть выполнено либо в формате документа Word, либо в виде фотографии выполненного на бумаге решения.*

**Определение:** *Скалярным произведением* двух векторов называется число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними



Из определения скалярного произведения следует, что

;

**Свойства скалярного произведения:**

Для любых векторов  и  верно:

1) 

2) 

Если  и , то

 тогда и только тогда, когда угол  острый

 тогда и только тогда, когда угол  тупой

 тогда и только тогда, когда угол  прямой

**Теорема (скалярное произведение и линейные операции)**

1) Для любых векторов  и  и любого числа :



2) Для любых векторов , , :



***Замечание****:* из теоремы следует, что при раскрытии скобок в выражениях содержащих операции векторного сложения, вычитания, умножения на число и скалярного умножения можно действовать так же, как и при раскрытии скобок, содержащих операции с числами

**Теорема (скалярное произведение в координатах)**

Если  и , то 

**Геометрические приложения скалярного произведения векторов**

1. Если векторы  и  ортогональны, т.е. , то из определения скалярного произведения следует *условие ортогональности векторов в векторной форме: .*
2. Если  и , то угол между этими векторами можно вычислить по формуле

;

3) Учитывая, что , получим формулу

;

4) Скалярное произведение вектора на орт оси позволяет определить координату (числовую проекцию) вектора на ось, например, ;

***Пример:*** определить угол между векторами  и 

*Решение:* 

.

Значит,.

***Пример:*** Даны векторы  и . Определить проекцию вектора  на вектор .

*Решение:* .

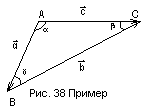
При решении геометрических задач с помощью формул векторной алгебры линейные элементы геометрических фигур представляются в виде векторов.

***Пример:*** Найти длины сторон и углы треугольника с вершинами в точках , , .

*Решение:* представляем стороны треугольника в виде векторов (рис.34) и находим координаты этих векторов:

; ;

;

Найдем длины этих векторов: ,

.

Определяем углы между сторонами:

; .

 .

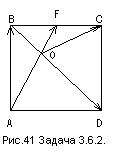
По теореме о сумме углов треугольника должно быть . Проверим: .  (рис.38)

**Самостоятельная работа:**

**3.6.1.** Длина вектора  равна 4, длина вектора  равна 5, угол между этими векторами равен .

а) Найти скалярные произведения:и ;

б) Найти длину проекции вектора  на вектор ;

 в) Найти длину проекции вектора  на вектор ;

**3.6.2.** На рис. 41 изображен квадрат ABCD со стороной 1. При этом

BF=FC. Найти скалярные произведения , .

**3.6.3.** Даны векторы  и .

а) Найтии ;

б) Найти длину проекции вектора  на вектор ;

в) Найти косинус угла между этими векторами;

**3.6.5.** Даны векторы  и . Вектор  является проекцией вектора  на ось, определяемую вектором . Выразить вектор  через векторы  и .

**3.6.6.** Даны векторы  и . Вектор  является проекцией вектора  на плоскость, перпендикулярную вектору . Выразить вектор  через векторы  и .

**Ответы:**

**3.6.1.** а):;; б) ; в) ; **3.6.2.** , ;

**3.6.3.** а) , ; б) ; в) ;

**3.6.5.** ; **3.6.6.** ;